

## Argomento 7 - Studi di funzioni

### Esercizi

**Ex. 7.1** Data la funzione

$$f(x) = \log 3x + \frac{4}{\sqrt{x}},$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti agli estremi, la monotonia e la convessità.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.2** Data la funzione

$$f(x) = e^{\sqrt{x^2-4x}} - 1,$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.3** Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3+8}}{x},$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti agli estremi e la monotonia. Scrivere l'equazione della tangente al grafico di  $f$  nel punto  $P = (-2, 0)$ .

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.4** Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x^2-6x}},$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.5** Data la funzione

$$f(x) = \log(2x+2) - \arctan \sqrt{x} - \log 2,$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia. Determinare la tangente al grafico di  $f$  nell'origine. Studiare poi la convessità di  $f$ .

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.6** Data la funzione

$$f(x) = \log(x^2+x) - x,$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.7** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3,$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, i punti di intersezione con l'asse  $x$  e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.8** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1+2x} - \log 4x,$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia, sapendo che, dove è definita, la funzione è positiva.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.9** Data la funzione

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(2 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}},$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.10** Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log(4-x^2)},$$

- i) stabilire se è pari, dispari o nè pari nè dispari;
- ii) tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.11** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1 + \log(x)}{x^2},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.12** Data

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x+1},$$

- i) tracciare un grafico di  $f(x)$  che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.
- ii) Stabilire se il punto di ascissa  $x = 1$  è a tangente verticale.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.13** Data

$$f(x) = \frac{e^{x+2}}{3x+3},$$

tracciare un grafico di  $f(x)$  che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.14** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x+2}\right) - \frac{1}{x},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.15** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = (1+x^8) \arctan(x^4),$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, la monotonia e la convessità.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.16** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = -e^x + xe^x \log x,$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.17** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{x^2-9}},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.18** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{2-x}}}{\sqrt{x+2}},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.19** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{x+1},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.20** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \log(31 + x) - \arctan x,$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.21** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \log \sqrt{\frac{2x^2 + 1}{x}},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.22** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = (x + 1)e^{\sqrt{\frac{1}{x+1}}},$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.23** Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^6}{x + 1}$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.24** i) Determinare il numero delle radici dell'equazione:

$$\frac{e^x}{\sqrt{x}} = 3.$$

ii) Discutere, al variare di  $k$  reale, il numero delle radici dell'equazione:

$$\frac{e^x}{\sqrt{x}} = k.$$

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.25** Discutere il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione

$$xe^x - \frac{x^2}{2} - x = k,$$

al variare di  $k$  reale.

*Argomento*

*Soluzione*

## Ulteriori Esercizi

Avvertenza: nelle soluzioni degli esercizi che seguono, verrà dato solo il grafico delle funzioni che vi compaiono.

**Ex. 7.26** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x + 2}}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.27** Data la funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 2x - 3) - x$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.28** Data la funzione

$$f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x-1}}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.29** Data la funzione

$$f(x) = x^2 + 1 + \log(4 - x^2)$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.30** Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + \log(x-1)$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.31** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2 - x - 6}}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.32** Data la funzione

$$f(x) = \log \frac{x-2}{1-x}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.33** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 7.34** Data la funzione

$$f(x) = x\sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti e la monotonia.

*Argomento*

*Soluzione*