Lezione 1
Soluzioni Esercizi

Sol. Ex. 1.1. (B).

Sol. Ex. 1.2. α non è una lettera dell'alfabeto italiano, quindi B non è un sottoinsieme di A.

Sol. Ex. 1.3. I sottoinsiemi di A sono: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\} = A$.

Sol. Ex. 1.4. (a) $1.2 : 0.09 = \dfrac{12}{10} : \dfrac{9}{100} = \dfrac{12}{10} \cdot \dfrac{100}{9} = \dfrac{40}{3}$

(b) $\dfrac{3}{4} + 1.3 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{13}{10} = \dfrac{15+26}{20} = \dfrac{41}{20}$

Sol. Ex. 1.5. (a) $\left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{5}\right) : \dfrac{2}{3} = \dfrac{2\cdot 5 + 3 \cdot 3}{15} : \dfrac{2}{3} = \dfrac{19}{15} \cdot \dfrac{3}{2} = \dfrac{19}{10} = 1.9$

(b) $\dfrac{13}{2} + \dfrac{5}{2} : 0.1 = \dfrac{13}{2} + \dfrac{5}{2} : \dfrac{1}{10} = \dfrac{13}{2} + \dfrac{5}{2} \cdot 10 = \dfrac{13}{2} + \dfrac{50}{2} = \dfrac{63}{2} = 31.5$

Sol. Ex. 1.6. Le due frazioni $\dfrac{3}{7}$ e $\dfrac{4}{5}$ ridotte allo stesso denominatore diventano rispettivamente $\dfrac{15}{35}$ e $\dfrac{28}{35}$. È evidente che la prima è minore della seconda ed è anche facile trovare una frazione intermedia $\left(\text{per esempio } \dfrac{22}{35}\right)$.

Un'altra idea per trovare una frazione intermedia è quella di sommare numeratori e denominatori: si verifica subito che la frazione

$$\frac{3+4}{5+7} = \frac{7}{12}$$

è intermedia tra quelle assegnate.

Invece, le frazioni $\dfrac{4}{7}$ e $\dfrac{5}{7}$ hanno lo stesso denominatore e non esistono naturali intermedi tra i numeratori. Però, possono, ad esempio, anche scriversi rispettivamente come:

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}; \qquad \frac{5}{7} = \frac{15}{21}.$$

Quindi, ad esempio, la frazione $\dfrac{13}{21}$ è una frazione intermedia.

Un altro modo per trovare una frazione intermedia è quello di fare la **media aritmetica** delle due frazioni, ossia

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{7} + \frac{5}{7}\right) = \frac{9}{14}.$$

Sol. Ex. 1.7. (B).

Sol. Ex. 1.8. Si ha

$$333 \cdot 113 = 37\,629 \qquad \text{e} \qquad 355 \cdot 106 = 37\,630$$

quindi

$$333 \cdot 113 < 355 \cdot 106$$

ossia

$$\frac{333}{106} < \frac{355}{113}.$$

Sol. Ex. 1.9. $(1.42)^2 = 2.0164 > (\sqrt{2})^2 = 2$. Allora $1.42 > \sqrt{2}$.

Sol. Ex. 1.10. $-\dfrac{71}{5}$, -13.2, 1.41, $\sqrt{2}$, 1.42, $\left|-\dfrac{3}{2}\right|$.

Sol. Ex. 1.11. **(C).**

Sol. Ex. 1.12. **(D).**

Sol. Ex. 1.13. $A = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$; $\qquad B = (-2, 4)$.

Sol. Ex. 1.14. Detto T il tempo (in minuti) che impiega *un* meccanico a riparare 63 pezzi, si ha:

$$5 : 150 = 63 : T$$

da cui: $T = \frac{63 \cdot 150}{5} = 1\,890$ minuti. Quindi 2 meccanici impiegano $\frac{1\,890}{2} = 945$ minuti, cioè 15 ore e 45 minuti.

Sol. Ex. 1.15. Detta h l'altezza (in metri) del capannone, le pareti laterali del capannone hanno una superficie (in m^2) di

$$2\,(32 \cdot h + 24 \cdot h) = 112 \cdot h.$$

Per dipingere il capannone un solo imbianchino avrebbe impiegato $7 \cdot 3 = 21$ ore, per cui si ha che

$$0.5 : 12 = 21 : 112 \cdot h$$

Quindi

$$0.5 \cdot 112 \cdot h = 12 \cdot 21$$

da cui

$$h = \frac{12 \cdot 21}{0.5 \cdot 112} = \frac{9}{2}$$

Quindi il capannone è alto 4 metri e mezzo.

Sol. Ex. 1.16. La distanza di 1 cm sulla carta corrisponde a 50 000 cm ossia 500 metri. Quindi 3 cm corrispondono ad una distanza reale di 1500 metri ossia 1.5 km.

Oppure, detta D la distanza reale (misurata in cm), deve essere verificata la proporzione

$$1 : 50\,000 = 3 : D$$

dalla quale si deduce che $D = 3 \cdot 50\,000 = 150\,000$ cm$= 1\,500$ m.

Sol. Ex. 1.17. I 4.6 cm sulla pianta corrispondono a 92 metri (ossia 9 200 cm) reali.
La scala utilizzata è il rapporto tra la distanza sulla carta e quella reale (misurate entrambe nella stessa unità di misura). Ossia

$$\frac{4.6}{9\,200} = \frac{1}{2\,000}.$$

Oppure, detta $1 : S$ la scala, deve essere verificata la proporzione

$$1 : S = 4.6 : 9\,200$$

dalla quale si deduce $1 : S = \dfrac{4.6}{9\,200} = \dfrac{1}{2\,000}$. Quindi la piantina dell'edificio è in scala $1 : 2\,000$.

Sol. Ex. 1.18. (D).

Sol. Ex. 1.19. Chiamo L e N rispettivamente l'importo lordo e quello netto (in Euro). Allora

$$N = L - \frac{20}{100}L = \frac{4}{5}L \qquad \text{ossia} \qquad L = \frac{5}{4}N.$$

(a) Se $L = 500$ si ricava $N = \dfrac{4}{5} \cdot 500 = 400$ Euro.

(b) Se $N = 500$ si ricava $L = \dfrac{5}{4} \cdot 500 = 625$ Euro.

Sol. Ex. 1.20. Detto S il numero degli studenti che hanno superato l'esame, risulta:

$$S = \frac{60}{100} \cdot 150 + \frac{40}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot 150 = 6 \cdot 15 + 4 \cdot 6 = 90 + 24 = 114.$$

Sol. Ex. 1.21. La spesa di un adulto a settimana è $\dfrac{1}{4} \cdot 1\,680 = 420$ Euro.
Quella di un bambino è $\dfrac{3}{4} \cdot 420 = 315$ Euro.
Quindi per le due settimane la famiglia paga (in Euro)

$$2\,(2 \cdot 420 + 2 \cdot 315) = 2\,940.$$

Sol. Ex. 1.22. Il volume della stanza è $3 \cdot 4 \cdot 3.5 = 42\ \text{m}^3$. La quantità di ossigeno presente è quindi

$$\frac{21}{100} \cdot 42 = \frac{441}{50} = 8.82\ \text{m}^3,\ \text{ossia } 8\,820 \text{ litri.}$$

Sol. Ex. 1.23. Detta Q la quantità di cavedani pescati nel 1999, quelli pescati nel 2000 sono i $\frac{9}{10}Q$ e quelli pescati nel 2001 sono

$$\frac{9}{10}\left(\frac{9}{10} \cdot Q\right) = \frac{81}{100} \cdot Q,$$

cioè l' 81% di quelli pescati nel 1999.

Sol. Ex. 1.24. Detto S il numero totale degli studenti, si ha

$$27 = \frac{30}{100} \cdot \frac{60}{100} \cdot S = \frac{9}{50} \cdot S \quad \text{ossia} \quad S = 27 \cdot \frac{50}{9} = 150.$$