

Argomento 10

Esercizi

Ex. 10.1 Stabilire quali tra i seguenti integrali sono impropri, nel senso della Definizione 10.7

1) $\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$	2) $\int_2^{10} \frac{1}{(x-1)^3} dx$	3) $\int_0^3 \frac{\sin x}{x} dx$
4) $\int_{-4}^{-2} \frac{1}{\sqrt{x+4}} dx$	5) $\int_0^7 \frac{\log(1+x)}{x\sqrt{x}} dx$	6) $\int_0^5 \frac{e^{2x}-1}{x(x+1)} dx$

Argomento

Soluzione

Ex. 10.2 Applicando le definizioni, calcolare i seguenti integrali impropri, se esistono,

1) $\int_3^{12} \frac{1}{\sqrt{x-3}} dx$	2) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^3} dx$	3) $\int_1^3 \frac{1}{(x-1)^3} dx$
4) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+4}} dx$	5) $\int_{-\infty}^7 e^x dx$	6) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

Argomento

Soluzione

Ex. 10.3 Applicando le definizioni, calcolare i seguenti integrali impropri, se esistono,

1) $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$	2) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x \log x} dx$	3) $\int_1^{+\infty} \frac{2x+3}{(x^2+3x)^2} dx$
4) $\int_2^{+\infty} \frac{(\log x)^2}{x} dx$	5) $\int_0^1 \log x dx$	6) $\int_0^{\pi/2} \tan x dx$

Argomento

Soluzione

Ex. 10.4 Applicando le definizioni, stabilire per quale valore del parametro $a > 0$ i seguenti integrali impropri sono convergenti.

1) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^a} dx$	2) $\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^a} dx$	3) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^a} dx$
--	------------------------------------	--

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 10.5 Stabilire se i seguenti integrali impropri sono convergenti.

$$1) \int_1^{+\infty} \frac{4+x}{2+x^2} dx$$

$$2) \int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x(2+x^2)}} dx$$

$$3) \int_5^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{x+3} dx$$

$$4) \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+\sin x}} dx$$

$$5) \int_{10}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - \sin x}{x(1+3x)} dx$$

$$6) \int_5^{+\infty} \frac{e^{-x} + \sqrt{x}}{x+3} dx$$

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 10.6 Stabilire se i seguenti integrali impropri sono convergenti.

$$1) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(2-x)}} dx$$

$$2) \int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{e^{x^2}-1} dx$$

$$3) \int_0^2 \frac{x\sqrt{x}}{e^{x^2}-1} dx$$

$$4) \int_0^2 \frac{\cos^2 x}{x(5-\sqrt{x})} dx$$

$$5) \int_0^{1/2} \frac{\sin x}{x(1-2x)} dx$$

$$6) \int_0^1 \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 10.7 Stabilire se i seguenti integrali impropri sono convergenti.

$$1) \int_{-2}^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$2) \int_{-1}^{+\infty} \frac{2+x}{\sqrt[3]{x}(1+x^2)} dx$$

$$3) \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x^4\sqrt{x}(1+x)} dx$$

$$4) \int_{-1}^3 \frac{2+x}{x\sqrt{3-x}} dx$$

$$5) \int_0^1 \frac{1}{\cos(\pi x)} dx$$

$$6) \int_{-1}^2 \frac{\log(1+x^2)}{x\sqrt{1+x}} dx$$

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 10.8 Stabilire se i seguenti integrali impropri sono convergenti.

$$1) \int_1^{+\infty} \sqrt{x}e^{-x} dx$$

$$2) \int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x^2} dx$$

$$3) \int_1^{+\infty} \frac{2+\sin x}{x+1} dx$$

$$4) \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}-1+\sqrt{x}}{x+x^3\log(1+2x)} dx$$

$$5) \int_{-1}^{+\infty} \frac{\log(1+x^2)}{\sqrt{1+x}} dx$$

$$6) \int_{-\infty}^0 x^2 e^x dx$$

$$7) \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^3)\log(1+x)} dx$$

$$8) \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} + \sqrt{x}}{x+3} dx$$

$$9) \int_5^{+\infty} \frac{1+\cos^2 x}{x^2+3} dx$$

Argomento

Suggerimento

Soluzione