

Argomento 8

Esercizi

Ex. 8.1 Determinare i seguenti integrali indefiniti:

- | | | |
|---|--|--|
| 1) $\int \sqrt[5]{x} \, dx$ | 2) $\int \frac{1}{6x^7} \, dx$ | 3) $\int \left(\frac{2}{x} - x^3 + 4x^2\right) \, dx$ |
| 4) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{2}{x^2} + e^x\right) \, dx$ | 5) $\int (4-x)(x+2) \, dx$ | 6) $\int (\sqrt[3]{x} - 1)^3 \, dx$ |
| 7) $\int \frac{x^3 - 4\sqrt{x} + 1}{x^2} \, dx$ | 8) $\int \left(\cos x + \frac{3}{\sqrt{x}}\right) \, dx$ | 9) $\int \left(e^x + \frac{1}{x^2 + 1}\right) \, dx$ |
| 10) $\int \frac{7x + 2}{x} \, dx$ | 11) $\int (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \, dx$ | 12) $\int (2 \sin x - \cos x) \, dx$ |
| 13) $\int e^{x-1} \, dx$ | 14) $\int 4^x \, dx$ | 15) $\int \frac{(x+1)^2}{3x} \, dx$ |
| 16) $\int \frac{x+5}{\sqrt[3]{x}} \, dx$ | 17) $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} \, dx$ | 18) $\int \frac{x - \sqrt{x} - 2}{1 + \sqrt{x}} \, dx$ |
| 19) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}} \, dx$ | 20) $\int \frac{e^x + 2}{e^x} \, dx$ | 21) $\int \frac{x^4 - 16}{x + 2} \, dx$ |

Argomento

Soluzione

Ex. 8.2 Determinare i seguenti integrali indefiniti:

- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| 1) $\int \frac{1}{(x+3)^2} \, dx$ | 2) $\int (2x+5)^7 \, dx$ | 3) $\int \frac{1}{2-3x} \, dx$ |
| 4) $\int \sqrt[3]{4-x} \, dx$ | 5) $\int \cos\left(\frac{x}{2}\right) \, dx$ | 6) $\int 4^{2x} \, dx$ |
| 7) $\int \frac{1}{7x+5} \, dx$ | 8) $\int (7x+5)^{13} \, dx$ | 9) $\int \sin\left(\frac{x+4}{2}\right) \, dx$ |
| 10) $\int e^{3x-5} \, dx$ | 11) $\int \frac{5}{\sqrt[3]{2-x}} \, dx$ | 12) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{3x}} \, dx$ |

Argomento

Soluzione

Ex. 8.3 Ricordando che $\int g'(f(x)) f'(x) dx = g(f(x)) + c$, determinare i seguenti integrali indefiniti:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| 1) $\int (2x + e^x) (x^2 + e^x)^5 dx$ | 2) $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$ | 3) $\int (6x+2)e^{3x^2+2x} dx$ |
| 4) $\int \sin x (1 - \cos x)^2 dx$ | 5) $\int \frac{\log x}{x} dx$ | 6) $\int 2xe^{x^2-1} dx$ |
| 7) $\int \frac{2x}{\sqrt{4+x^2}} dx$ | 8) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ | 9) $\int \sin x \sin(\cos x) dx$ |
| 10) $\int \frac{2 \log(x-4)}{x-4} dx$ | 11) $\int \frac{\sqrt{5+\log x}}{x} dx$ | 12) $\int \frac{2e^x}{1+e^x} \log(1+e^x) dx$ |

Argomento

Soluzione

Ex. 8.4 Determinare i seguenti integrali indefiniti con la formula di integrazione per sostituzione (*):

- | | | |
|--|--------------------------|-------------------------------|
| 1) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$ | 2) $\int \tan x dx$ | 3) $\int \frac{1}{4x^2+1} dx$ |
| 4) $\int \frac{7x^2}{4+x^3} dx$ | 5) $\int x \sin(x^2) dx$ | 6) $\int \cos^3 x dx$ |
| 7) $\int (\cos x + \cos^3 x + \cos^5 x) \sin x dx$ | 8) $\int x\sqrt{x-1} dx$ | 9) $\int x\sqrt[3]{x+5} dx$ |

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 8.5 Mediante la regola di integrazione per parti (♣), determinare i seguenti integrali indefiniti:

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| 1) $\int x \log x dx$ | 2) $\int (x+1)e^x dx$ | 3) $\int \arctan x dx$ |
| 4) $\int \frac{\log x}{x^3} dx$ | 5) $\int (3x^2+2) \log(2+x^2) dx$ | 6) $\int x \cos x dx$ |
| 7) $\int x \log^2 x dx$ | 8) $\int xe^{-x} dx$ | 9) $\int x^2 \sin x dx$ |
| 10) $\int e^x \sin x dx$ | 11) $\int (\sqrt{x}-1)^2 \log x dx$ | 12) $\int \sin(\log x) dx$ |

Argomento

Suggerimento

Soluzione

Ex. 8.6 Calcolare le primitive delle seguenti funzioni razionali:

$$\begin{array}{lll}
 1) \int \frac{1}{x^2 - x - 2} dx & 2) \int \frac{x - 1}{x^2 + 2x + 1} dx & 3) \int \frac{3x - 1}{x^2 + 2x + 2} dx \\
 4) \int \frac{4x}{x^2 + 9} dx & 5) \int \frac{x - 4}{x^2 - 3x + 2} dx & 6) \int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx
 \end{array}$$

Argomento

Soluzione

Ex. 8.7 Utilizzando una delle tecniche utilizzate negli esercizi precedenti, calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\begin{array}{lll}
 1) \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx & 2) \int (x + 2) \log x dx & 3) \int \frac{x - 4}{(x - 2)^2} dx \\
 4) \int \frac{1}{x \log^3 x} dx & 5) \int \frac{\log(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx & 6) \int (\log x)^2 dx \\
 7) \int \arctan \sqrt{x} dx & 8) \int e^x \log(1 + e^x) dx & 9) \int \frac{\sqrt{x - 1}}{x} dx
 \end{array}$$

Suggerimento

Soluzione

Ex. 8.8 Sia f la funzione tale che $f'(x) = \log(x + 2)$ e $f(0) = \log 2$. Allora $f(e - 2)$ vale:

- A. $\log 2 - e$; B. $2 - \log 2$; C. $e + 2$; D. $e - 2 + \log 2$.

Argomento

Suggerimento

Soluzione