

# Argomento 8

## Esercizi: suggerimenti

### Ex. 8.4.

- 2)  $t = \cos x$ ;      6)  $\cos^3 x = \cos x \cos^2 x = \cos x (1 - \sin^2 x)$ , e usare  $t = \sin x$ ;  
7)  $t = \cos x$ ;      8)  $t = \sqrt{x-1}$ ;      9)  $t = \sqrt[3]{x+5}$ .

### Ex. 8.5

- 1) Scegliere  $x$  come fattore differenziale e  $\log x$  come fattore finito; in questo modo, nell'integrale al secondo membro della formula ( $\clubsuit$ ) il logaritmo non compare più.  
3)  $\arctan x = 1 \cdot \arctan x$ : scegliere 1 come fattore differenziale e  $\arctan x$  come fattore finito. Poi, nel secondo integrale, al numeratore si ha quasi la derivata del denominatore.  
4) Scegliere  $\log x$  come fattore finito.  
5) Scegliere  $\log(2+x^2)$  come fattore finito. Nel successivo integrale, osservare che  $x^3 + 2x = x(2+x^2)$ .  
6) Scegliere  $x$  come fattore finito. Con l'altra scelta, il successivo integrale è più difficile del primo (vd. Es. 8.16).  
7) Scegliere  $\log^2 x$  come fattore finito; poi, usare un'altra volta ( $\clubsuit$ ).  
9) Scegliere  $x^2$  come fattore finito.  
10) Il termine  $e^x$  può indifferentemente essere scelto come fattore finito o fattore differenziale; bisognerà applicare ( $\clubsuit$ ), ripetendo la stessa scelta.  
12) Scegliere  $\sin(\log x)$  come fattore finito, e applicare ( $\clubsuit$ ) due volte.

### Ex. 8.7.

- 1)  $t = e^x - 1$ ;      2) Scegliere  $\log x$  come fattore finito;      3) Funzioni razionali, caso 2(b).  
4)  $t = \log x$ ;      5)  $t = 1 + \sqrt{x}$ ;      6) Integrare per parti, scegliendo  $(\log x)^2$  come fattore finito.  
7)  $t = \sqrt{x}$ , e poi integrare per parti;      8)  $t = 1 + e^x$ ;  
9)  $t = \sqrt{x-1}$ , da cui  $x = t^2 + 1$ ,  $dx = 2t dt$ .

### Ex. 8.8.

$$f(x) - f(0) = \int_0^x f'(t) dt$$

# Argomento 8

## Soluzioni Esercizi

### Sol. Ex. 8.1.

- |  |                                     |   |
|--|-------------------------------------|---|
| 1) $\frac{5}{6}(\sqrt[5]{x})^6 + c$                                | 2) $-\frac{1}{36x^6} + c$           | 3) $2\log x  - \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + c$                                   |
| 4) $\frac{2}{3}(\sqrt{x})^3 - \frac{2}{x} + e^x + c$               | 5) $-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 8x + c$ | 6) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{5}(\sqrt[3]{x})^5 + \frac{9}{4}(\sqrt[3]{x})^4 - x + c$ |
| 7) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + c$         | 8) $\sin x + 6\sqrt{x} + c$         | 9) $e^x + \arctan x + c$  |
| 10) $7x + 2\log x  + c$  | 11) $\frac{1}{2}x^2 - x + c$        | 12) $-2\cos x - \sin x + c$   |
| 13) $e^{x-1} + c$  | 14) $\frac{1}{\ln 4}4^x + c$        | 15) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\log x  + c$                          |
| 16) $\frac{3}{5}(\sqrt[3]{x})^5 + \frac{15}{2}(\sqrt[3]{x})^2 + c$ | 17) $x + \arctan x + c$             | 18) $\frac{2}{3}(\sqrt{x})^3 - 2x + c$  |
| 19) $\frac{3}{2}(\sqrt[3]{x})^2 + \frac{3}{5}(\sqrt[3]{x})^5 + c$  | 20) $x - \frac{2}{e^x} + c$         | 21) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 8x + c$                                 |

### Sol. Ex. 8.2.

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1) $-\frac{1}{x+3} + c$                | 2) $\frac{1}{16}(2x+5)^8 + c$            | 3) $-\frac{1}{3}\log 2-3x  + c$           |
| 4) $-\frac{3}{4}(\sqrt[3]{4-x})^4 + c$ | 5) $2\sin\left(\frac{x}{2}\right) + c$   | 6) $\frac{1}{2\log 4}4^{2x} + c$          |
| 7) $\frac{1}{7}\log 7x+5  + c$         | 8) $\frac{1}{98}(7x+5)^{14} + c$         | 9) $-2\cos\left(\frac{x+4}{2}\right) + c$ |
| 10) $\frac{1}{3}e^{3x-5} + c$          | 11) $-\frac{15}{2}(\sqrt[3]{2-x})^2 + c$ | 12) $\frac{5}{12}(\sqrt[5]{3x})^4 + c$    |

**Sol. Ex. 8.3.**

- |                                    |  |                       |
|------------------------------------|--|-----------------------|
| 1) $\frac{1}{6}(x^2 + e^x)^6 + c$  | 2) $\log(1 + x^2) + c$                 | 3) $e^{3x^2+2x} + c$  |
| 4) $\frac{1}{3}(1 - \cos x)^3 + c$ | 5) $\frac{1}{2}\log^2 x + c$           | 6) $e^{x^2-1} + c$    |
| 7) $2\sqrt{4+x^2} + c$             | 8) $\log(e^x + 1) + c$                 | 9) $\cos(\cos x) + c$ |
| 10) $\log^2(x - 4) + c$            | 11) $\frac{2}{3}(\sqrt{5 + \log x})^3$ | 12) $\log^2(1 + e^x)$ |

**Sol. Ex. 8.4.**

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\sqrt{x^2 - 1} + c$   | 2) $-\log \cos x  + c$   |
| 3) $\frac{1}{2}\arctan 2x + c$  | 4) $\frac{7}{3}\log 4 + x^3  + c$                              |
| 5) $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + c$  | 6) $\sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + c$                          |
| 7) $-\frac{1}{2}\cos^2 x - \frac{1}{4}\cos^4 x - \frac{1}{6}\cos^6 x + c$ | 8) $\frac{2}{3}(\sqrt{x-1})^3 + \frac{2}{5}(\sqrt{x-1})^5 + c$ |
| 9) $\frac{3}{7}(\sqrt[3]{x+5})^7 - \frac{15}{4}(\sqrt[3]{x+5})^4 + c$     |  |

**Sol. Ex.8.5.**

- |  |   |
|--|---|
| 1) $\frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{4}x^2 + c$  | 2) $xe^x + c$                                     |
| 3) $x \arctan x - \frac{1}{2}\log(1 + x^2) + c$  | 4) $-\frac{\log x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + c$    |
| 5) $(x^3 + 2x)\log(2 + x^2) - \frac{2}{3}x^3 + c$  | 6) $\cos x + x \sin x + c$                        |
| 7) $\frac{1}{2}x^2 \log^2 x - \frac{1}{2}x^2 \log x + \frac{1}{4}x^2 + c$  | 8) $-(x+1)e^{-x} + c$                             |
| 9) $-x^2 \cos x + 2 \cos x + 2x \sin x + c$  | 10) $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + c$         |
| 11) $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}(\sqrt{x})^3 + x\right)\log x - \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{8}{9}(\sqrt{x})^3 + x\right) + c$ | 12) $\frac{1}{2}x[\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + c$ |

**Sol. Ex. 8.6.**

1)  $-\frac{1}{3} \log |x+1| + \frac{1}{3} \log |x-2| + c$

2)  $\frac{2}{x+1} + \log |x+1| + c$

3)  $\frac{3}{2} \log(x^2 + 2x + 2) - 4 \arctan(1+x) + c$

4)  $2 \log(x^2 + 9) + c$

5)  $3 \log |x-1| - 2 \log |x-2| + c$

6)  $x - 2 \arctan x + c$

**Sol. Ex. 8.7**

1)  $2\sqrt{(e^x - 1)} + c$

2)  $\frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{4}x^2 + 2x \log x - 2x + c$

3)  $\frac{2}{x-2} + \log |x-2| + c$

4)  $-\frac{1}{2 \log^2 x} + c$

5)  $2(1 + \sqrt{x}) \log(1 + \sqrt{x}) - 2\sqrt{x} + c$

6)  $x \log^2 x - 2x \log x + 2x + c$

7)  $x \arctan \sqrt{x} - \sqrt{x} + \arctan \sqrt{x} + c$

8)  $(e^x + 1) \log(e^x + 1) - e^x + c$

9)  $2\sqrt{x-1} - 2 \arctan(\sqrt{x-1}) + c$

**Sol. Ex. 8.8:     B.**