

# Argomento 9

## Esercizi

**Ex. 9.1** Calcolare i seguenti integrali definiti:

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$                     | 2) $\int_1^9 3\sqrt{x} dx$                                     | 3) $\int_1^9 \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ |
| 4) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^2 + 1}{x^2} dx$              | 5) $\int_{-2}^{-1} \left( 7x + \frac{1}{x} \right) dx$         | 6) $\int_3^4 \frac{3+x}{\sqrt{x}} dx$                         |
| 7) $\int_1^2 \frac{2x^4 + 2\sqrt{x} - 3}{x} dx$         | 8) $\int_0^2 (e^x + 2) dx$                                     | 9) $\int_0^\pi (1 + \cos x) dx$                               |
| 10) $\int_0^1 \frac{x - \sqrt{x} - 2}{1 + \sqrt{x}} dx$ | 11) $\int_{-1}^3 e^x dx$                                       | 12) $\int_0^1 \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$                     |
| 13) $\int_1^e \frac{7x + 2}{x} dx$                      | 14) $\int_0^\pi \left( \cos x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$ | 15) $\int_{-1}^1 \frac{x^4 - 16}{x + 2} dx$                   |

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 9.2** Calcolare i seguenti integrali definiti

- |                                      |   |   |
|--------------------------------------|---|---|
| 1) $\int_0^2 \sqrt{2-x} dx$          | 2) $\int_0^3 \frac{dx}{x-4}$                            | 3) $\int_\pi^{3\pi} \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$          |
| 4) $\int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$  | 5) $\int_0^1 e^{3-2x} dx$                               | 6) $\int_1^2 (3x-4)^5 dx$                                     |
| 7) $\int_0^{1/2} \sin[2\pi(x-1)] dx$ | 8) $\int_0^1 \left( e^{x-1} + \sqrt[3]{x+1} \right) dx$ | 9) $\int_{-1}^{-1/2} x^5 \left( \frac{3}{x} + 2 \right)^5 dx$ |

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 9.3** Calcolare i seguenti integrali definiti

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$               | 2) $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x^3 dx$                 | 3) $\int_{-5}^{-4} \frac{-2x}{9-x^2} dx$ |
| 4) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x \cos(x^2) dx$      | 5) $\int_1^3 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$             | 6) $\int_{-3}^0 (2x+3) e^{x^2+3x} dx$    |
| 7) $\int_0^{\pi/2} \sin x \sqrt[3]{\cos x} dx$ | 8) $\int_0^{\log 2} \frac{2e^x}{1+e^x} \log(1+e^x) dx$ | 9) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{x+3} dx$       |

*Argomento*

*Soluzione*

**Ex. 9.4** Calcolare i seguenti integrali definiti

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1) $\int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$     | 2) $\int_0^{\log 4} \frac{e^x}{\sqrt{e^x-1}} dx$      | 3) $\int_0^2 e^x (x+2) dx$              |
| 4) $\int_0^1 \frac{\sin(\log(x+1))}{x+1} dx$ | 5) $\int_0^{\pi} \frac{1+\sin x}{(x-\cos x)^3} dx$    | 6) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$         |
| 7) $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1} dx$           | 8) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ | 9) $\int_3^4 \frac{2}{x^2-2x} dx$       |
| 10) $\int_0^1 \frac{e^{2x}+2e^x}{e^x+1} dx$  | 11) $\int_0^1 x\sqrt{x+1} dx$                         | 12) $\int_0^3 \frac{\log(x+1)}{x+1} dx$ |

*Argomento*

*Suggerimento*

*Soluzione*

**Ex. 9.5** Calcolare l'area della regione di piano :

- 1) Delimitata da  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$ ,  $x = e^2$ .
- 2) Sopra  $y = x^2 - 4x$  e sotto l'asse  $x$ .
- 3) Sotto  $y = \sqrt{x}$ , sopra  $y = \frac{2}{x}$  e a sinistra di  $x = 3$ .

- 4) Sopra  $y = |x|$  e sotto  $y = 12 - x^2$ .
- 5) Sotto  $y = e^{-x}$  e sopra  $y = 0$ , da  $x = -9$  a  $x = 0$ .
- 6) Delimitata da  $y = |2x - 6|$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$ .
- 7) Delimitata da  $y = \sqrt[3]{-x}$ ,  $y = \frac{1}{x+1} + 2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
- 8) Compresa tra il grafico di  $f(x) = -x(x+2)$  e le rette  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 1$ .
- 9) Delimitata dal grafico di  $f(x) = x^2 - 3x$  e dalle rette  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 4$ .
- 10) Compresa tra le rette  $x = 0$  e  $x = 1$ , e tra i grafici di  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$  e  $g(x) = -x$ .
- 11) Compresa tra le rette  $x = \pm 1$  e i grafici di  $y = 2(1 - x^2)$  e di  $y = (x - 1)^2$ .
- 12) Sotto  $y = \cos x$ , con  $|x| \leq \frac{\pi}{2}$ , e sopra alla retta passante per  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$  e  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .
- 13)  $\{(x, y) : 1 \leq x \leq 4, \sqrt{x-1} \leq y \leq \sqrt{3(x-1)}\}$ .
- 14)  $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, \min(x, x^2) \leq y \leq \max(x, x^2)\}$ .
- 15)  $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 4, (2y + x - 4)(2y - 3\sqrt{x}) \leq 0\}$ .

*Argomento*

*Suggerimento*

*Soluzione*

**Ex. 9.6** La retta tangente al grafico della funzione  $F(x) = 2e^2 + \int_1^x e^{3t^2-t^3} dt$  nel punto di ascissa  $x = 1$  ha equazione:

- A.  $y = e^2(x - 1)$ ;      B.  $y = e^2(x - 2)$ ;      C.  $y = e^2(x + 1)$ ;      D.  $y = e^2(x + 2)$ .

*Argomento*

*Suggerimento*

*Soluzione*

**Ex. 9.7** La media integrale nell'intervallo  $[1, e]$  della funzione  $f(x) = 4x \log x$  vale:

- A.  $e + 1$ ;      B.  $\frac{e}{e-1}$ ;      C.  $\frac{1}{e-1}$ ;      D.  $\frac{e^2 + 1}{e-1}$ .

*Argomento*

*Suggerimento*

*Soluzione*