Argomento 13 - Esercizi

ESERCIZIO 13.1) Discutere l'esistenza e il numero delle soluzioni dei seguenti sistemi e, quando è possibile, risolverli:

$$1) \begin{cases} 2x+5y=10 \\ x+2y=3 \\ 3x+4y=1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x-y+z+2t=3 \\ x+z-t=0 \\ 2x-y+t=1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-2y=1 \\ y+z=0 \\ 2x-3y-z=1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x+y+z=6 \\ x+2y-z=0 \\ 3x-y+3z=-1 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 3x+y-z=1 \\ -x+y-3z=0 \\ 2x+y+z=1 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x\ +\ y=0 \\ x\ -y\ =1 \\ -x+7y=-5 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 3x+y+2z=5 \\ 2x+3y-z=1 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} x-y+z+t+u=1 \\ x+2y-z+t+u=0 \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 4x+y+z=1 \\ 2x+2y+6z=0 \\ 2x+y-z=1 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x-y-2z=0 \\ x+2y-3z=1 \\ x+y=0 \end{cases} \quad 11) \begin{cases} x+y-2z+3t=1 \\ -x+y+5z+t=2 \\ 3x-y-12z+t=0 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 2x+6y+3z+t=1 \\ x+4y+z+2t=1 \\ x+2y+2z-t=0 \end{cases}$$

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.2) Il sistema $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ con $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A) è impossibile;	**B)** ha una soluzione;	**C)** ha infinite soluzioni;	**D)** ha 2 soluzioni.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.3) Il sistema $\begin{cases} 3x-2y+z=0 \\ -x+5y+2z=0 \\ 2x+3y+3z=1 \end{cases}$

A) è impossibile;	**B)** ha una soluzione;	**C)** ha infinite soluzioni;	**D)** ha 3 soluzioni.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.4) Dati $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, risolvere il sistema $A^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Suggerimento* *Soluzione*

ESERCIZIO 13.5) Dati

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = 2\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \text{ con } \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

discutere e, se possibile, risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.6) Dati

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

discutere e, se possibile, risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.7) Dati

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

i) calcolare $\mathbf{b} = C\mathbf{d}$;
ii) discutere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, e, se risolubile, risolverlo.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.8) Dati

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = 3\mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_2 \text{ con } \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

discutere e, se possibile, risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.9) Date le matrici B e C e il vettore $\mathbf{b}$:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

calcolare $A = BC$ e dire se è risolubile il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.10) Date le matrici B e C ede il vettore $\mathbf{b}$:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

calcolare $A = BC$ e dire se è risolubile il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.11) Dei seguenti sistemi lineari dipendenti dal parametro k, discutere la risolubilità e il numero delle possibili soluzioni e, quando possibile, trovarle:

$$1)\begin{cases} kx - 2y = 1 \\ 2x - ky = 1 + k \end{cases} \quad 2)\begin{cases} x - 2y = 3 \\ kx + y = 0 \\ 2x + y = k \end{cases} \quad 3)\begin{cases} kx + z = 0 \\ x + 2y + kz = 1 + k \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

$$4)\begin{cases} x + y + z = 0 \\ kx + (2-k)z = 0 \\ -k^2x + z = 0 \end{cases} \quad 5)\begin{cases} -x + 2z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \\ -kx + ky = 0 \\ kx + kz = 0 \end{cases}$$

$$6)\begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ x - 2y - 3z = -1 \\ -x + y + 2z = k \end{cases} \quad 7)\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \\ 2x + 2y = 1 - k \end{cases}$$

$$8)\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 3y + z = 0 \\ 2x + kz = k \end{cases} \quad 9)\begin{cases} 4x + 2ky - z = 1 \\ kx + (1-k)y + z = 2 \end{cases}$$

$$10)\begin{cases} (k+1)x + ky = 1 \\ -kx + z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \quad 11)\begin{cases} (k+2)x + 2ky - z = 1 \\ x - 2y + kz = -k \\ y + z = k \end{cases}$$

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.12) Siano $A = \begin{pmatrix} k & 2 \\ 2 & k \end{pmatrix}$ e $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$, allora il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

A) è impossibile per $k = -2$;	**B)** ha infinite soluzioni per $k = 2$;
C) ha una sola soluzione per $k \neq \pm 2$;	**D)** ha una soluzione per ogni k.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.13) Il sistema $\begin{cases} kx + 2y = 3 - k \\ -5x + (k-7)y = 2 \end{cases}$ è risolubile se e solo se

A) $k \neq 2, 5$;	**B)** $k \neq 2$;	**C)** $k = 5$;	**D)** $k = 2$ e $k = 5$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.14) Il sistema $\begin{cases} kx - y + z = 0 \\ x - y + kz = 1 \\ kx + ky = 0 \end{cases}$ è impossibile se

A) $k = -2, 0, 1$;	**B)** $k = -2, 0$;	**C)** $k = 0, 1$;	**D)** $k = -2, 1$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.15) Il sistema $\begin{cases} x + 2y + kz = k \\ ky + z = -k \\ -x - y = 0 \end{cases}$ ha infinite soluzioni se

A) $k = \pm 1$;	**B)** per ogni valore di k;	**C)** $k = 1$;	**D)** $k = -1$.

Argomento *Soluzione*

ESERCIZIO 13.16) Determinare per quali valori del parametro reale k la soluzione del seguente sistema ha almeno una componente nulla.

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 3x + 13y + z = 1 - k \\ x + 2y + z = k \end{cases}$$

Argomento *Soluzione*